CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ ,,LAURENŢIU PANAITOPOL"
TULCEA, 1 APRILIE 2017
SUBIECTELE
CLASA a 10-a

1. Fie $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ o funcţie cu proprietatea $|f(x)+f(y)+f(z)| \leqslant |f(x+y+z)|$, oricare ar fi $x, y, z \in \mathbb{C}$. Arătaţi că $f(x) + f(y) = f(x + y)$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{C}$.

2. Determinaţi funcţiile crescătoare $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ care au proprietatea

$$f(f(n)) + f(n) = 2n + 3,$$

oricare ar fi $n \in \mathbb{Z}$.

3. Arătaţi că $\dfrac{\sqrt[3]{17+\sqrt{297}}+\sqrt[3]{17-\sqrt{297}}-1}{3}$ este soluţie a ecuaţiei

$$x^4 + 1 = 2\sqrt[4]{2x-1}.$$

4. Arătaţi că, dacă $\sin 2x$ şi $\sin 3x$ sunt numere raţionale, atunci $\sin nx$ este număr raţional, oricare ar fi numărul natural n.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7
Timp de lucru 3 ore